απόδειξις φροντιστήριο μαθηματικών

εξειδικευμένο φροντιστήριο μαθηματικών
ΚΑΡΙΝΙΩΤΑΚΗΣ ΝΙΚΟΣ
Μαθηματικός

ΕΚΤΩΡΟΣ 30 · ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΣ
Τ: 210 4978037 · Κ: 6937 728625
Ε: info@apodeixis.gr
www.apodeixis.gr

Εκθετική-Λογαριθμική συνάρτηση

Ορισμός :Έστω α> 0 ,α≠ 1. Τότε η συνάρτηση f:ℝ→ℝ με f(χ)=α^{χ} λέγεται εκθετική συνάρτηση με βάση α .

Μελέτη της f(χ)=α^{χ} με α> 1

- A_f=ℝ ,δηλαδή το πεδίο ορισμού της f είναι το ℝ .
- f(A)=(0 ,+∞) το σύνολο τιμών .
- Είναι γνησίως αύξουσα στο ℝ δηλαδή $\forall \chi_1 , \chi_2 \in \mathbb{R}$ με $\chi_1 < \chi_2 \Rightarrow \alpha^{\chi_1} < \alpha^{\chi_2}$
- Η G_f τέμνει τον άξονα ψ'ψ στο σημείο Α(0 ,1) και έχει ασύμπτωτο τον ημιάξονα Οχ'

Μελέτη της f(χ)=α^{χ},0< $\alpha < 1$

- Πεδίο ορισμού το ℝ
- Σύνολο τιμών το (0 ,+∞)
- Είναι γνησίως φθίνουσα στο ℝ ,δηλαδή $\forall \chi_1, \chi_2 \in \mathbb{R}$ $\mu\varepsilon \chi_1 < \chi_2 \Rightarrow \alpha^{\chi_1} > \alpha^{\chi_2}$
- Η G_f τέμνει τον ψ'ψ στο Α(0 ,1) και έχει ασύμπτωτο τον ημιάξονα Οχ

Παρατήρηση

- Οι γραφικές παραστάσεις των f(χ)=α^{χ}και g(χ)=$(\frac{1}{\alpha})^{\chi}$ είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα ψ'ψ .
- Η f(χ)=α^{χ} ,α≠ 0 είναι 1-1 συνάρτηση .

Λογάριθμοι

Ορισμός :Έστω α> 0 ,α≠ 1 ,θ> 0 .Την μοναδική λύση της εξίσωσης α^{χ}=θ την συμβολίζουμε $\log_{\alpha}\theta$ και την ονομάζουμε λογάριθμο του θ ως προς βάση α ,δηλαδή αν α> 0 ,α≠ 1 ,θ> 0 ,τότε $\alpha^{\chi} = \theta \Leftrightarrow \chi = \log_{\alpha}\theta$.

Ιδιότητες

Αν α> 0 ,α≠ 1 ,τότε $\forall \theta_1 , \theta_2 , \theta > 0$ και κ∈ ℝ ισχύουν :

- $\log_{\alpha}(\theta_1\theta_2) = \log_{\alpha}\theta_1 + \log_{\alpha}\theta_2$
- $\log_{\alpha}(\frac{\theta_1}{\theta_2}) = \log_{\alpha}\theta_1 - \log_{\alpha}\theta_2$
- $\log_{\alpha}\theta^{\kappa} = \kappa\log_{\alpha}\theta$

Παρατήρηση :Επειδή για κάθε θ> 0 ισχύει $\sqrt[\nu]{\theta} = \theta^{\frac{1}{\nu}}$,τότε ισχύει $\log_{\alpha}\sqrt[\nu]{\theta} = \log_{\alpha}\theta^{\frac{1}{\nu}} = \frac{1}{\nu}\log_{\alpha}\theta$.

Σχόλιο :1)$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$ .2)Οι λογάριθμοι με βάση το e λέγονται φυσικοί ή νεπέριοι λογάριθμοι και συμβολίζονται ln ,δηλαδή $e^{\chi} = \theta \Leftrightarrow \chi = \ln\theta$

Πρόταση (αλλαγή βάσης) :Αν α ,β> o με α ,β≠ 1 τότε για κάθε θ> 0 $\iota\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota$ $\log_{\beta}\theta = \frac{\log_{\alpha}\theta}{\log_{\alpha}\beta}$

Σημείωση $\log_{\beta}\theta = \frac{\ln\theta}{\ln\beta}$

Λογαριθμική συνάρτηση

Ορισμός :Έστω α≠ 1 , $\alpha > 0$.Τότε η συνάρτηση f:(0 ,+∞) → ℝ με f(χ)=$\log_{\alpha}\chi$ καλείται λογαριθμική συνάρτηση με βάση α

Παρατήρηση :Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων ψ=$\log_{\alpha}\chi$ και ψ=α^{χ} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία με εξίσωση ψ =χ

f(χ)= $\log_{\alpha}\chi$,για α> 1

- Έχει πεδίο ορισμού το (0 ,+∞)
- Έχει σύνολο τιμών το ℝ
- Είναι γνησίως αύξουσα
- Η G_f τέμνει τον χ'χ στο Α(1 ,0) και έχει ασύμπτωτο τον ημιάξονα οψ'

f(χ)=$\log_{\alpha}\chi$,0< $\alpha < 1$

- Έχει πεδίο ορισμού το (0 ,+∞)
- Έχει σύνολο τιμών το ℝ
- Είναι γνησίως φθίνουσα
- Η G_f τέμνει τον χ'χ στο Α(1 ,0) και έχει ασύμπτωτο τον ημιάξονα οψ