εξειδικευμένο φροντιστήριο μαθηματικών
ΚΑΡΙΝΙΩΤΑΚΗΣ ΝΙΚΟΣ
Μαθηματικός

ΕΚΤΩΡΟΣ 30 · ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΣ
Τ: 210 4978037 · Κ: 6937 728625
Ε: info@apodeixis.gr
www.apodeixis.gr

ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

- ℕ={0, 1, 2, 3, ...} σύνολο φυσικών αριθμών
- Άρτιοι: 2, 4, 6, 8, ...(είναι οι φυσικοί που διαιρούνται με το 2)
- Περιττοί: 1, 3, 5, 7,...(είναι οι φυσικοί που δεν διαιρούνται με το 2)

Ιδιότητες πρόσθεσης

- $\alpha+\beta=\beta+\alpha$(αντιμεταθετική)
- $\alpha+(\beta+\gamma)=(\alpha+\beta)+\gamma$(προσεταιριστική)
- $\alpha+0=0+\alpha=\alpha$(το 0 ουδέτερο της πρόσθεσης)

Ιδιότητες πολλαπλασιασμού

- $\alpha\cdot\beta=\beta\cdot\alpha$(αντιμεταθετική)
- $\alpha\cdot(\beta\cdot\gamma)=(\alpha\cdot\beta)\cdot\gamma$(προσεταιριστική)
- $\alpha\cdot 1=1\cdot\alpha=\alpha$(το 1 ουδέτερο του πολλαπλασιασμού)

- Αφαίρεση: $\gamma=\alpha-\beta$, για $\alpha>\beta$
- Τέλεια διαίρεση: $\gamma=\alpha:\beta$, $\beta\neq 0$

Επιμεριστική ιδιότητα

- $\alpha\cdot(\beta+\gamma)=\alpha\cdot\beta+\alpha\cdot\gamma$
- $\alpha\cdot(\beta-\gamma)=\alpha\cdot\beta-\alpha\cdot\gamma$
- Δύναμη $\alpha^{\nu}=\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\ldots\cdot\alpha(\nu\ \varphi o\rho\acute{\varepsilon}\varsigma)$ και $\alpha^1=\alpha, \alpha^0=1$. Ο α λέγεται βάση και ο ν λέγεται εκθέτης
- Ευκλείδεια Διαίρεση Δ:δ→$\Delta=\delta\cdot\pi+\upsilon$, $0\leq\upsilon<\delta$(Δ:διαιρετέος, δ:διαιρέτης, π:πηλίκο, υ:υπόλοιπο)

Προτεραιότητα πράξεων

- Δυνάμεις
- Πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις
- Προσθέσεις και αφαιρέσεις

Οι πράξεις μέσα στις παρενθέσεις προηγούνται και γίνονται με την παραπάνω σειρά

- Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο(ΕΚΠ) λέγεται το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια που έχουν δύο αριθμοί
- Μέγιστος κοινός διαιρέτης(ΜΚΔ) λέγεται ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες που έχουν δύο αριθμοί
- Πρώτος λέγεται ο αριθμός που έχει διαιρέτες μόνο τον εαυτό του και το 1
- Σύνθετος λέγεται ο αριθμός που δεν είναι πρώτος
- Πρώτοι μεταξύ τους λέγονται οι αριθμοί που έχουν ΜΚΔ την μονάδα, δηλαδή α, β πρώτοι μεταξύ τους αν ΜΚΔ(α, β)=1

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

- Κλάσμα $\frac{\nu}{\mu}$, όπου ν, μ φυσικοί με $\mu\neq 0$
- $\frac{\nu}{\mu}=\nu:\mu$
- Ίσα ή ισοδύναμα κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}\Leftrightarrow\alpha\cdot\delta=\beta\cdot\gamma$
- $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha\cdot\gamma}{\beta\cdot\gamma}$
- $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha:\delta}{\beta:\delta}=\frac{\frac{\alpha}{\delta}}{\frac{\beta}{\delta}}$
- Ανάγωγο $\frac{\alpha}{\beta}$ όταν ΜΚΔ(α, β)=1
- Ομώνυμα κλάσματα με τον ίδιο παρανομαστή$(\frac{\alpha}{\beta},\frac{\gamma}{\beta})$
- Ετερώνυμα κλάσματα με διαφορετικό παρανομαστή$(\frac{\alpha}{\beta},\frac{\gamma}{\delta})$
- $\frac{\alpha}{\beta}>\frac{\gamma}{\beta}\Leftrightarrow\alpha>\gamma$
- $\frac{\beta}{\alpha}<\frac{\beta}{\gamma}\Leftrightarrow\alpha>\gamma$
- Μεικτός αποτελείται από ένα φυσικό και ένα κλάσμα μικρότερο της μονάδας(π.χ $1\frac{4}{5}=1+\frac{4}{5}$)
- Αντίστροφα κλάσματα τα $\frac{\alpha}{\beta},\frac{\gamma}{\delta}$ είναι αντίστροφα όταν $\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\gamma}{\delta}=1$
- Πρόσθεση κλασμάτων $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\gamma}{\beta}=\frac{\alpha+\gamma}{\beta}$ (αν τα κλάσματα είναι ετερώνυμα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και μετά τα προσθέτουμε)
- Αφαίρεση κλασμάτων $\frac{\alpha}{\beta}-\frac{\gamma}{\beta}=\frac{\alpha-\gamma}{\beta}$(αν τα κλάσματα είναι ετερώνυμα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και μετά τα αφαιρούμε)
- Πολλαπλασιασμός $\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\gamma}{\delta}=\frac{\alpha\cdot\gamma}{\beta\cdot\delta}$ και $\lambda\cdot\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\lambda}{1}\cdot\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\lambda\cdot\alpha}{1\cdot\beta}=\frac{\lambda\cdot\alpha}{\beta}$
- Διαίρεση $\alpha:\beta=\alpha\cdot\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\alpha}{\beta}:\frac{\gamma}{\delta}=\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\delta}{\gamma}=\frac{\alpha\cdot\delta}{\beta\cdot\gamma}$
- Μετατροπή σύνθετου σε απλό $\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}}=\frac{\alpha\cdot\delta}{\beta\cdot\gamma}$

ΕΚΤΩΡΟΣ 30 · ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΣ
T: 210 4978037 · K: 6937 728625
E: info@apodeixis.gr
www.apodeixis.gr

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

- Δεκαδικό κλάσμα λέγεται το κλάσμα που έχει παρανομαστή μια δύναμη του 10, δηλαδή $\frac{\chi}{10^{\nu}}$
- Ο δεκαδικός αριθμός αποτελείται από το ακέραιο μέρος και το δεκαδικό μέρος, τα οποία διαχωρίζονται από την υποδιαστολή
- Τυποποιημένη μορφή είναι η μορφή α· 10^{ν}, όπου α είναι ένας δεκαδικός αριθμός με ακέραιο ψηφίο μεγαλύτερο ή ίσο του 1 και μικρότερο του 10

Πράξεις μεταξύ δεκαδικών

- Πρόσθεση γίνεται όπως και στους φυσικούς. Τοποθετούμε τους αριθμούς τον ένα κάτω από τον άλλο, έτσι ώστε οι υποδιαστολές να γράφονται στην ίδια στήλη και προσθέτουμε τα ψηφία της ίδιας τάξης
- Αφαίρεση γίνεται όπως και στους φυσικούς. Τοποθετούμε τους αριθμούς τον ένα κάτω από τον άλλο, έτσι ώστε οι υποδιαστολές να γράφονται στην ίδια στήλη και αφαιρούμε τα ψηφία της ίδιας στήλης
- Πολλαπλασιασμός γίνεται όπως στους φυσικούς. Τοποθετούμε στο αποτέλεσμα της πράξης την υποδιαστολή τόσες θέσεις από τα δεξιά προς τα αριστερά, όσα είναι συνολικά τα ψηφία στα δεκαδικά μέρη και των δύο παραγόντων
- Διαίρεση γίνεται όπως και η ευκλείδεια διαίρεση. Πολλαπλασιάζουμε το διαιρέτη και το διαιρετέο με τη κατάλληλη δύναμη του 10 έτσι ώστε να γίνουν και δύο φυσικοί αριθμοί. Όταν εξαντληθεί το ακέραιο μέρος του διαιρετέου, κατεβάζουμε το μηδέν ως πρώτο δεκαδικό ψηφίο από το διαιρετέο και τοποθετούμε στο πηλίκο υποδιαστολή
- Όταν πολλαπλασιάζουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1000,…μεταφέρουμε την υποδιαστολή του αριθμού προς τα δεξιά μία, δύο, τρείς, … θέσεις αντίστοιχα
- Όταν διαιρούμε με 10, 100, 1000, … ή πολλαπλασιάζουμε με 0,1 , 0,01 , 0,001 ,…ένα δεκαδικό αριθμό μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα αριστερά μία, δύο, τρείς, …θέσεις αντίστοιχα
- Οι δυνάμεις των δεκαδικών αριθμών έχουν τις ίδιες ιδιότητες των δυνάμεων των φυσικών αριθμών. Το πλήθος των δεκαδικών ψηφίων, που έχει το αποτέλεσμα, προκύπτει από το πλήθος των δεκαδικών ψηφίων της βάσης, επί τον εκθέτη της δύναμης

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

- Εξίσωση με έναν άγνωστο είναι μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα γράμμα(άγνωστο)

Μορφές εξισώσεων

- $\chi+\alpha=\beta$
- $\chi-\alpha=\beta$
- $\alpha-\chi=\beta$
- $\alpha\cdot\chi=\beta$
- $\chi:\alpha=\beta$
- $\alpha:\chi=\beta$
- Λύση ή ρίζα της εξίσωσης λέγεται ο αριθμός που όταν τον αντικαταστήσουμε στον άγνωστο, επαληθεύει την εξίσωση
- Επίλυση εξίσωσης λέγεται η διαδικασία μέσω της οποίας βρίσκουμε τη λύση της εξίσωσης
- μια εξίσωση ταυτότητα ή αόριστη, όταν όλοι οι αριθμοί είναι λύσεις της
- μια εξίσωση λέγεται αδύνατη αν κανένας αριθμός δεν την επαληθεύει

Λύσεις βασικών εξισώσεων

- $\chi+\alpha=\beta \Rightarrow \chi=\beta-\alpha$
- $\chi-\alpha=\beta \Rightarrow \chi=\beta+\alpha$
- $\alpha-\chi=\beta \Rightarrow \chi=\alpha-\beta$
- $\alpha\cdot\chi=\beta \Rightarrow \chi=\frac{\beta}{\alpha}(\alpha\neq 0)$
- $\chi:\alpha=\beta \Rightarrow \chi=\alpha\cdot\beta$
- $\alpha:\chi=\beta \Rightarrow \chi=\frac{\alpha}{\beta}(\beta\neq 0)$