εξειδικευμένο φροντιστήριο μαθηματικών
ΚΑΡΙΝΙΩΤΑΚΗΣ ΝΙΚΟΣ
Μαθηματικός

ΕΚΤΩΡΟΣ 30 · ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΣ
Τ: 210 4978037 · Κ: 6937 728625
Ε: info@apodeixis.gr
www.apodeixis.gr

ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

- Ορισμός :Καλούμε *πολυώνυμο* του χ κάθε παράσταση της μορφής P(χ)=$\alpha_\nu \chi^\nu + \alpha_{\nu-1}\chi^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1\chi + \alpha_0$,ν∈ ℕ και $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{\nu-1}, \alpha_\nu \in \mathbb{R}$.
- Σταθερό μη μηδενικό πολυώνυμο : P(χ)=c ,c≠ 0 .
- Μηδενικό πολυώνυμο : P(χ)=0 .
- Ισότητα πολυωνύμων :Έστω P(χ)= $\alpha_\mu \chi^\mu + \alpha_{\mu-1}\chi^{\mu-1} + \cdots + \alpha_1\chi + \alpha_0$ και Q(χ)= $\beta_\nu \chi^\nu + \beta_{\nu-1}\chi^{\nu-1} + \cdots + \beta_1\chi + \beta_0$ πολυώνυμα με μ≥ ν ,τότε P(χ)= Q(χ)⇔ $\alpha_0 = \beta_0$, $\alpha_1 = \beta_1$,…, $\alpha_\nu = \beta_\nu$,$\alpha_{\nu+1} = \alpha_{\nu+2} = \cdots = \alpha_\mu = 0$
- Βαθμός πολυωνύμου :Έστω P(χ)=$\alpha_\nu \chi^\nu + \alpha_{\nu-1}\chi^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1\chi + \alpha_0$,με $\alpha_\nu \neq 0$.Καλούμε βαθμό του P και συμβολίζουμε με βαθμ P(χ) ή deg P(χ) τον φυσικό αριθμό ν .{κάθε σταθερό μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 0 ,ενώ για το μηδενικό πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός} .
- Θεώρημα : Έστω P(χ) , Q(χ) μη μηδενικά πολυώνυμα .
- deg(P(χ) + Q(χ))≤ max{deg P(χ) , deg Q(χ)}
- deg(P(χ) · Q(χ))= deg P(χ) + deg Q(χ)
- Έστω P(χ)= $\alpha_\nu \chi^\nu + \alpha_{\nu-1}\chi^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1\chi + \alpha_0$ και μ∈ ℝ .Τότε ο αριθμός P(μ)= $\alpha_\nu \mu^\nu + \alpha_{\nu-1}\mu^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1\mu + \alpha_0$ λέγεται αριθμητική τιμή του πολυωνύμου για χ=μ
- Αν P(μ)=0 ,τότε το μ λέγεται ρίζα του πολυωνύμου P(χ) .
- Ταυτότητα διαίρεσης :Έστω P(χ) , Q(χ) πολυώνυμα με Q(χ)≠ 0 .Τότε υπάρχουν μοναδικά πολυώνυμα π(χ) ,υ(χ) ,τέτοια ώστε P(χ) =π(χ)· Q(χ)+$\upsilon(\chi)$ με υ(χ)=0 ή0≤ degυ(χ)< deg Q(χ) .
- Αν υ(χ)=0⟹ P(χ) =π(χ) Q(χ) ,τότε η διαίρεση λέγεται τέλεια και λέμε ότι το Q(χ) διαιρεί το P(χ) ή το Q(χ) είναι παράγοντας του P(χ) και συμβολίζουμε Q(χ)| P(χ).
- Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(χ) με το (χ−ρ) είναι ίσο με P(ρ) ,δηλαδή P(χ) =π(χ) (χ−ρ) + P(ρ)
- Θεώρημα :Ένα πολυώνυμο P(χ) έχει παράγοντα το (χ−ρ) ,αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του P(χ)(δηλαδή P(ρ)=0) .
- Σχήμα Horner : P(χ) : (χ−ρ) ,όπου P(χ)=$\alpha_\nu \chi^\nu + \alpha_{\nu-1}\chi^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1\chi + \alpha_0$

α_ν	$\alpha_{\nu-1}$	$\alpha_{\nu-2}$	…	ρ
	α_ν ρ	$(\alpha_{\nu-1} + \alpha_\nu\rho)\rho$	…	
α_ν	$(\alpha_{\nu-1} + \alpha_\nu\rho)$	$\alpha_{\nu-2} + (\alpha_{\nu-1} + \alpha_\nu\rho)\rho$	…	

- Στην πρώτη γραμμή γράφουμε τους συντελεστές του P(χ) ,$\alpha_\nu, \alpha_{\nu-1}, \dots, \alpha_0$,και στην πρώτη θέση της τρίτης γραμμής γράφουμε το α_ν
- Κάθε στοιχείο της δεύτερης γραμμής προκύπτει με πολλαπλασιασμό του αμέσως προηγούμενου στοιχείου της τρίτης γραμμής επί ρ
- Κάθε άλλο στοιχείο της τρίτης γραμμής είναι το άθροισμα των αντίστοιχων στοιχείων της πρώτης και δεύτερης γραμμής
- Το τελευταίο στοιχείο της τρίτης γραμμής είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης .Τα άλλα στοιχεία της τρίτης γραμμής είναι οι συντελεστές του πηλίκου της διαίρεσης .

- Θεώρημα(Ακέραιων ριζών) :Έστω η πολυωνυμική εξίσωση $\alpha_\nu \chi^\nu + \alpha_{\nu-1}\chi^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1\chi + \alpha_0 = 0$ με $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{\nu-1}, \alpha_\nu \in \mathbb{Z}$.Αν ο ακέραιος ρ≠ 0 είναι ρίζα της εξίσωσης ,τότε ο ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου α_0